

Tema 3. Ondas planas monocromáticas.

Campos armónicos. Representación fasorial. Ondas planas uniformes monocromáticas. Propagación en dieléctricos y conductores. Polarización de ondas planas. Reflexión en una superficie conductora. Energía y momento de una onda electromagnética. Presión de radiación.

Problemas

1. ¿En qué tipo de medio: a) vacío; b) dieléctrico perfecto; c) dieléctrico con pérdidas; d) conductor perfecto, se propaga una onda electromagnética con un campo eléctrico del tipo $\mathbf{E} = 10e^{-2y} \cos(10^8 t - 3y)\mathbf{u}_x$? Calcule el campo magnético asociado a dicha onda teniendo en cuenta que el medio es no magnético.
2. Una onda electromagnética plana de frecuencia $f = 5$ MHz se propaga por un medio de parámetros $\sigma = 4$ S/m, $\mu_r = 1$ y $\epsilon_r = 72$. El campo eléctrico de la onda viene dado por $\mathbf{E} = E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{u}_x + E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{u}_y$. Determine: a) la constante de atenuación, de fase de propagación y la velocidad de fase a la frecuencia de la onda; b) el campo \mathbf{H} asociado al campo \mathbf{E} . c) el valor medio de la densidad de potencia y la dirección en la que se propaga.
3. Una onda plana, con polarización lineal y con frecuencia 10 MHz se propaga en un medio de permeabilidad μ_0 cuyo índice de refracción es 1.5. Un carrete de prueba, cuadrado de lado $a = 10$ cm, que tiene 100 vueltas, se orienta de modo que detecta la máxima fem inducida posible. Ésta resulta ser de 250 mV. Calcule:
 - a) Los valores instantáneos de los campos.
 - b) La intensidad media de la onda.
 - c) Si se pudiese aumentar suficientemente la frecuencia de la onda, ¿podría darse el caso de que la fem detectada con la misma orientación que antes era máxima fuese ahora mínima? ¿Qué valor debería tener la frecuencia correspondiente?
4. El campo eléctrico de una onda plana de frecuencia 150 MHz tiene una amplitud de 100 V/m en la dirección x , y se propaga en un medio con $\mu_r = 1$ e impedancia de onda $\eta = 100 \Omega$. Si la onda incide normalmente sobre un plano conductor perfecto:
 - a) Determine la permitividad del medio, la constante de propagación y la longitud de onda.
 - b) Determine la posición de los dos primeros nulos del campo eléctrico frente al plano conductor. Hallar la posición del primer nulo del campo magnético.
 - c) Halle la magnitud de los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} a una distancia $z = -2$ m del plano.

5. La constante solar es la densidad de potencia radiante que llega a la Tierra procedente del Sol, o sea $P/4\pi R^2$, siendo P la potencia solar y R la distancia Tierra-Sol. Su valor es 1.35 kW/m^2 . Aproximando la radiación solar por una onda plana, calcule los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} así como el aprovechamiento de esta energía en los siguientes casos:
- Para calefacción y agua caliente en paneles térmicos con un 70% de rendimiento, estimando la superficie necesaria para abastecer un circuito calefactor de 5 kW.
 - Para el funcionamiento de un televisor de 200 W, mediante paneles fotovoltaicos con rendimiento del 20%, estimando la superficie necesaria.
- Supóngase en ambos casos que la inclinación de los rayos solares es de 30° respecto a la vertical.
6. Una onda electromagnética, plana y monocromática, se propaga en un buen conductor ($\sigma \gg \omega\epsilon$) siguiendo la dirección positiva del eje OZ , con una velocidad de $112 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La profundidad de penetración de la onda en el medio es $\delta = 11.2 \times 10^{-2} \text{ m}$, y la impedancia intrínseca de dicho medio es $|\eta| = 1.265 \times 10^{-4} \Omega$. Si el valor máximo de la intensidad del campo eléctrico, medido en $z = 0$, es de $1 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, se desea saber:
- La expresión de los vectores \mathbf{E} , \mathbf{H} y \mathbf{S} , en función de la posición y el tiempo.
 - Los valores de ω , σ y μ .
 - El valor medio del vector de Poynting, \mathbf{S} , en los puntos $z = 0$ y $z = \delta$.
 - La potencia media disipada por efecto Joule en un paralelepípedo rectangular con bases cuadradas de $1 \times 1 \text{ m}^2$ en $z = 0$ y $z = \delta$.
7. Existe una continua discusión sobre los peligros para la salud humana debidos a la exposición a una radiación electromagnética.
- El estándar de seguridad utilizado en USA para seguridad personal en un entorno de microondas es que la densidad de potencia sea inferior a 10 mW/cm^2 . Calcular el correspondiente estándar de seguridad en términos de la intensidad de campo eléctrico y en términos de la intensidad de campo magnético.
 - Si se estima que en un día soleado, la tierra recibe una densidad de energía radiada del sol de valor 1.3 kW/m^2 , y suponiendo ondas monocromáticas planas, calcular las amplitudes equivalentes de los vectores \mathbf{E} y \mathbf{H} .
8. Una onda plana, polarizada linealmente, con frecuencia de 1 MHz se propaga a lo largo del eje- z en un bloque de aluminio que ocupa prácticamente todo el semiespacio $z \geq 0$. Justamente en $z = +0$, el campo eléctrico es $(10\mathbf{u}_x + 5\mathbf{u}_y) \cos \omega t$ (V/m). Hallar:
- La profundidad de penetración y la velocidad de fase de la onda.
- El valor del campo eléctrico dentro del aluminio, en (z, t) .
 - Idem para el campo magnético.
 - La potencia disipada por unidad de superficie, en todo el bloque.
- (Datos: conductividad de Al $\sigma = 38.2 \times 10^6 (\Omega \text{ m})^{-1}$, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon_0$). (Jun 2014)

9. Diseñemos una nave solar que utilizaremos para explorar el Sistema solar. Hagamos uso de los siguientes datos: Masa del Sol, $M_{\text{Sol}} = 2 \times 10^{30}$ kg; masa de la nave solar, $m = 10^3$ kg; Potencia emitida por el sol en forma de ondas electromagnéticas, $P = 4 \times 10^{26}$ W. Determine:
- La fuerza que debido a la gravedad ejerce el sol sobre la nave si se encuentra a una distancia r del sol.
 - Una expresión de la intensidad que alcanza la nave desde el Sol.
 - Suponiendo que la vela que despliega la nave es perfectamente reflectante, y que la radiación incide perpendicular a la vela, determine la fuerza que se ejerce sobre la vela.
 - ¿Cuál ha de ser la superficie de la vela para compensar la fuerza gravitatoria?

Material complementario

Cuestiones

- Describa los diferentes casos de polarización de una onda plana. Determine la polarización de una onda cuyas componentes del campo eléctrico vienen dadas por la expresión: $\mathbf{E} = E_0 (\mathbf{u}_x + 0.5\mathbf{u}_y)$ V/m.
- Una onda electromagnética se propaga a lo largo del eje Oz. Sabiendo que su campo eléctrico tiene componentes,

$$E_x = a \sin(kct - kz), \quad E_y = a \cos(kct - kz), \quad E_z = 0$$
 Calcule las componentes del campo magnético asociado a dicha onda. ¿Qué tipo de polarización presenta?
- ¿En qué se diferencia la propagación de ondas planas en un medio dieléctrico y en un medio conductor?
 Cuando una onda que se propaga en el aire incide normalmente sobre la superficie de un conductor perfecto, ¿qué fenómeno tiene lugar?

Problemas

- Demostrar que la profundidad de penetración en un mal conductor es independiente de la frecuencia. Hallar la profundidad de penetración en agua pura ($\rho = 2.5 \times 10^5$ Ωm ; $\epsilon = 80.1\epsilon_0$; $\mu = \mu_0$).
- Considerando que el campo eléctrico asociado a una onda plana electromagnética viene dado por $\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t - \sqrt{\epsilon\mu}\omega z)\mathbf{u}_x + E_0 \sin(\omega t - \sqrt{\epsilon\mu}\omega z)\mathbf{u}_y$ (V/m). Calcule el campo magnético \mathbf{H} y el vector de Poynting para esta onda electromagnética.
- Una onda electromagnética plana se propaga en la dirección OZ en un buen conductor de conductividad σ que ocupa el semiespacio $z \geq 0$. Calcular la potencia total disipada por metro cuadrado en ese semiespacio y demostrar que es igual a $\langle \mathbf{S} \rangle$ en $z = 0$, comprobando así el teorema de Poynting.
- Una onda plana que se propaga en un medio con $\epsilon_r = 2$, $\mu_r = 1$, tiene un campo magnético caracterizado por $\mathbf{H} = 0.2 \cos(\omega t - \beta x)\mathbf{u}_z$ (A/m). Encuentre la potencia

que atraviesa:

- a) Un cuadrado de lado 10 cm que está en el plano $x + z = 1$.
 - b) Un disco de radio 5 cm que está en el plano $x = 1$.
5. Hallar la presión que una onda electromagnética que incide perpendicularmente a la superficie plana de un medio, ejerce sobre dicha superficie (suponer un coeficiente de reflexión R y considerar los casos particulares de superficie perfectamente reflectante y perfectamente absorbente). Analizar la posibilidad de navegar a vela utilizando la presión de radiación, sabiendo que la intensidad de radiación es de 1350 W/m^2 (valor que tiene la radiación solar en las proximidades de la Tierra). Una propuesta razonable sugiere usar un polímero muy ligero, de $2 \text{ }\mu\text{m}$ de espesor, recubierto con una capa de $10 \text{ }\mu\text{m}$ de aluminio para confeccionar la vela, cuya masa por unidad de superficie sería aproximadamente 30 g/m^2 .

[Información sobre velas solares:

<https://www.aem.umn.edu/teaching/design/spring2007/Solar%20Sail.html>]